حل تشریحی

تحلیل سازه

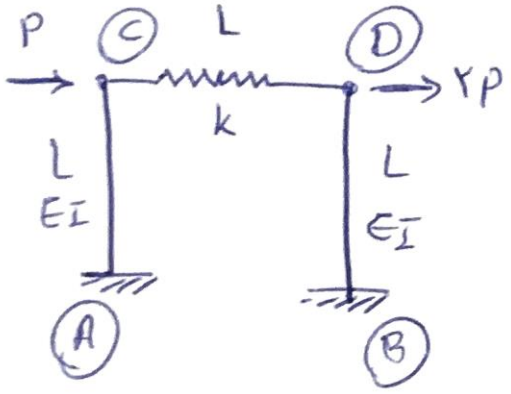
محاسبات - ۹۹

تهیه: تیام شیرزادی

@nezam_omran

@nezam_omran کانال تخصصی آزمون نظام مهندسی

۱- اگر $k=\frac{۴EI}{L^۳}$ باشد، لنگر پای ستون A کدام است؟



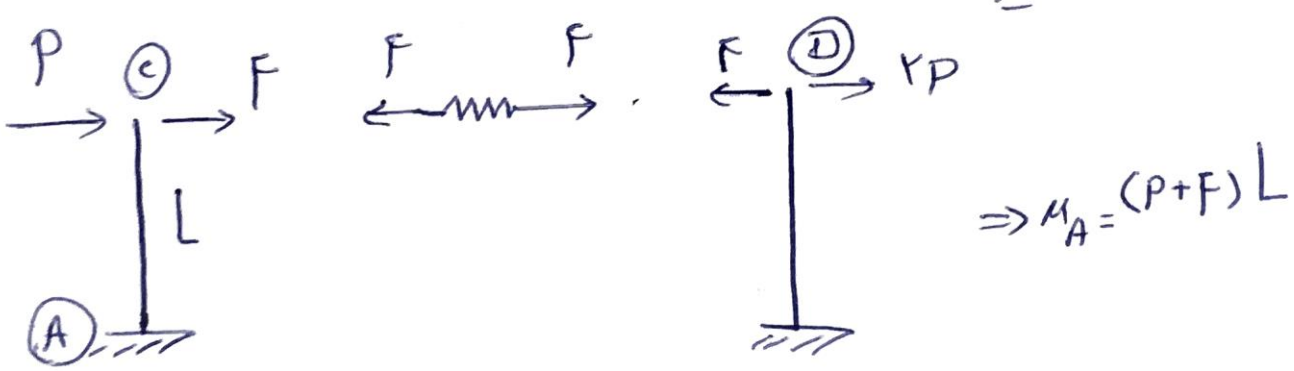
۱) $۲pL$ ۲) $\frac{۵}{۳}pL$

۳) $\frac{۴}{۵}pL$ ۴) $\frac{۲}{۵}pL$

@nezam_omran

حل: گزینه ۳ صحیح است.

نرمش ی کمپرسوری فنر F باشد:



$$\Rightarrow M_A=(P+F)L$$

سازگاری:

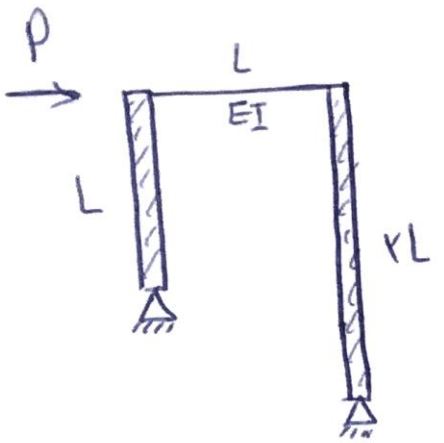
$$\delta_D-\delta_C=\text{زنش فنر}$$

$$\left[\frac{(۲P-F)L^۳}{۳EI}\right]-\left[\frac{(P+F)L^۳}{۳EI}\right]=\frac{F}{k}$$

جایگذاری k و ساده کردن

$$(۲P-F)-(P+F)=F \Rightarrow F=\frac{P}{۳} \Longrightarrow M_A=\frac{۴}{۳}pL$$

۲- تغییر مکان جانبی تاب چه؟

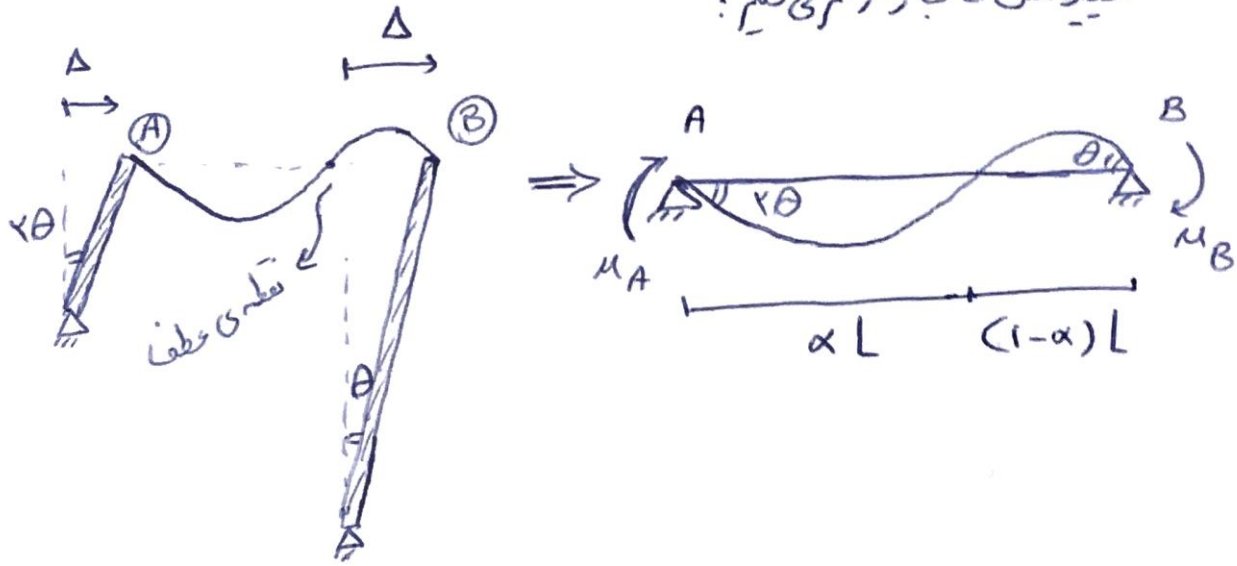


۱) $\frac{PL^3}{5EI}$ ۲) $\frac{PL^3}{12EI}$

۳) $\frac{PL^3}{4EI}$ ۴) $\frac{PL^3}{7EI}$

حل: گزینه ۴ صحیح است.

تغییر شکل تاب را رسم می‌کنیم:



معادلات را با حفظ کلیل سازه:

$$\theta_A = \frac{M_A \cdot L}{3EI} - \frac{M_B L}{6EI} = 2\theta$$

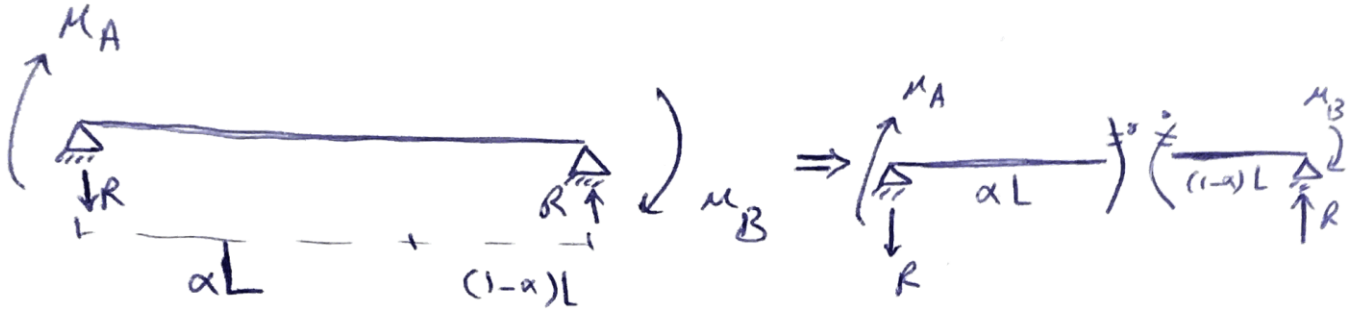
$$\theta_B = \frac{M_B L}{3EI} - \frac{M_A \cdot L}{6EI} = \theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{M_A}{M_B} = \frac{3}{4}}$$

@nezam_omran کانال تخصصی آزمون نظام مهندسی

ادامه‌ی حل سوال:

در مرحله‌ی بعد مقدار α یعنی محل تقطه‌ی عطف را می‌یابیم: [در نقطه‌ی عطف لنگر صفر است]



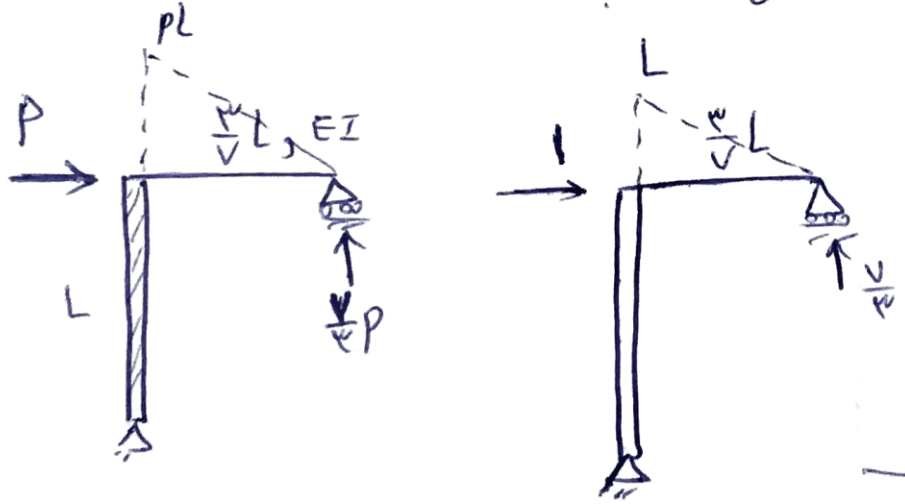
$$\sum M_{\text{حول نقطه‌ی عطف}} = 0 \rightarrow \begin{cases} R\alpha L = M_A \\ R(1-\alpha)L = M_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{M_A}{M_B} = \frac{3}{4}$$

[برای هر جهت]

$$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{7}$$

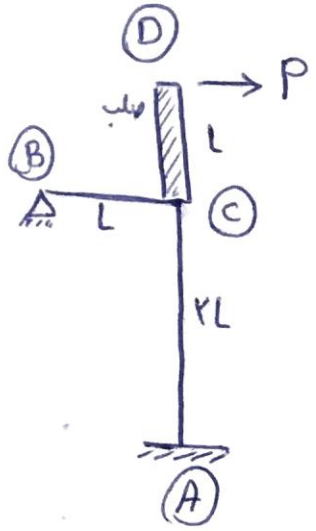
@nezam_omran

حال قاب را از محل نقطه‌ی عطف جدا کرده و با استفاده از روش کارمجازی داریم:



$$\Rightarrow \Delta = \frac{PL \times \frac{3}{7}L \times \frac{1}{2} \times \left[\frac{2}{3} \times L\right]}{EI} = \frac{PL^3}{7EI}$$

۳- تغییر مکان افقی D را بیابید.



۱) $\frac{pL^3}{5EI}$

۲) $\frac{pL^3}{12EI}$

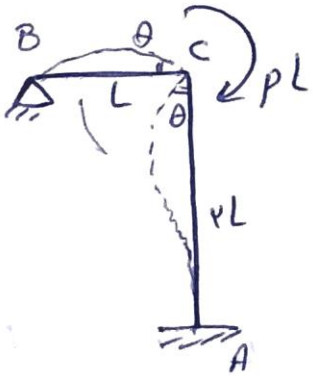
۳) $\frac{pL^3}{4EI}$

۴) $\frac{pL^3}{2EI}$

حل: گزینه ۱ صحیح است.

چون عضو CD صلب است برای بدست آوردن δ_D کافیست مقدار θ در C را بیابیم و با ضرب در L، δ_D را بدست آوریم:

بار P را به C منتقل می‌کنیم:



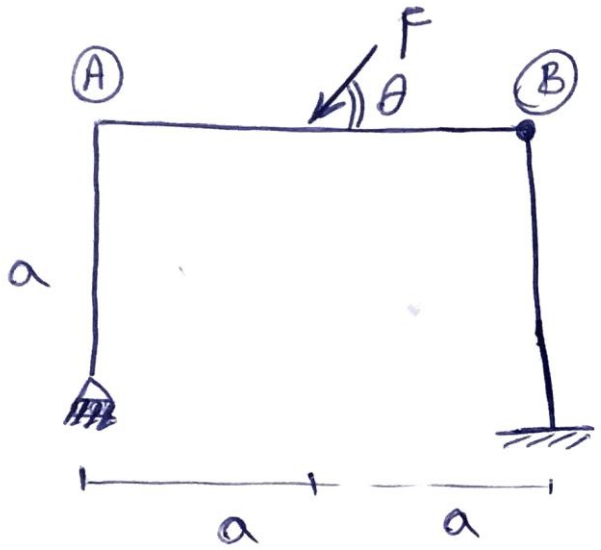
$$k_{\text{دورانی }[BC]} = \frac{3EI}{L}$$

$$k_{\text{دورانی }[AC]} = \frac{4EI}{(2L)} = \frac{2EI}{L}$$

$$\theta_C = \frac{pL}{\sum k_i} = \frac{pL}{\frac{3EI}{L} + \frac{2EI}{L}} = \frac{pL^2}{5EI}$$

$$\Longrightarrow \Delta_D = \theta_C \times L = \frac{pL^2}{5EI} \times L = \boxed{\frac{pL^3}{5EI}}$$

۴- مقدار تا نزدیک θ چقدر باشد تا گره‌ی B در حین راستای تغییرمکان نداشته باشد؟

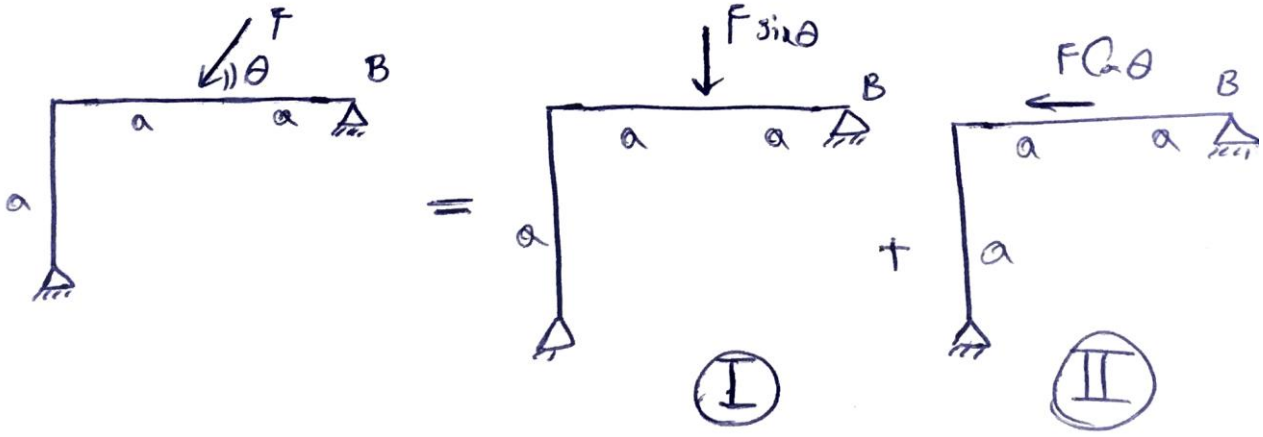


۱) ۱۵° ۲) ۴۵°
۳) ۶۰° ۴) ۸۵°

حل: گزینه‌ی ۲ صحیح است.

با F را تجزیه‌ی کنیم و مطابق با صورت سوال اگر تنها‌ی B حرکتی نداشته باشد

به صورت زیر می‌شود:

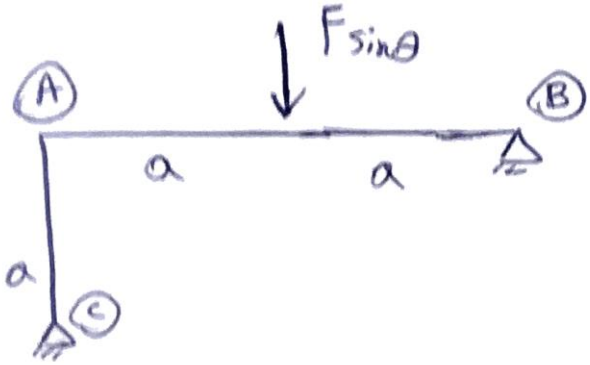


در مرحله‌ی بعد مقادیر علی التعادل تکیه‌گاه B را می‌یابیم:

@nezam_omran

@nezam_omran کانال تخصصی آزمون نظام مهندسی

ادامه‌ی حل:



سازه‌ی I:

با استفاده از روش شیب - افت:

$$M_{AC} + M_{AB} = 0$$

$$\left[\frac{3EI}{a}(\theta_A)\right] + \left[\frac{3EI}{2a}(\theta_A) - \frac{3}{2}\left(\frac{F\sin\theta \cdot 2a}{8}\right)\right] = 0$$

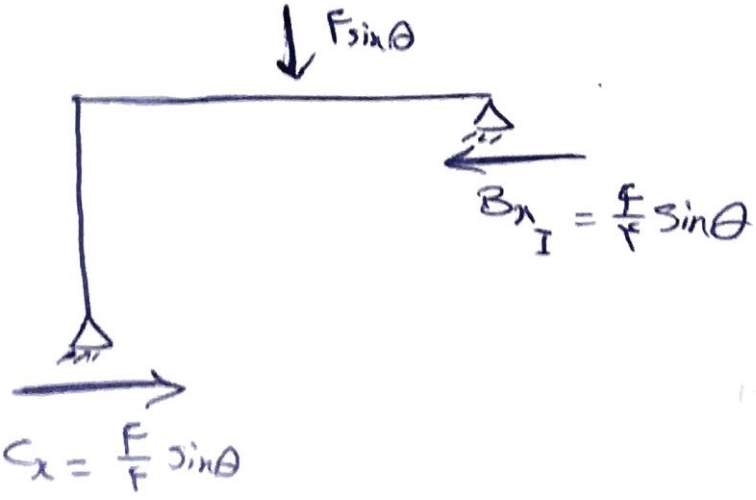
$$\Rightarrow \frac{9}{2}\frac{EI.\theta_A}{a} - \frac{3}{8}F\sin\theta . a = 0 \Longrightarrow \theta_A = \frac{1}{12}\frac{F\sin\theta . a^2}{EI}$$

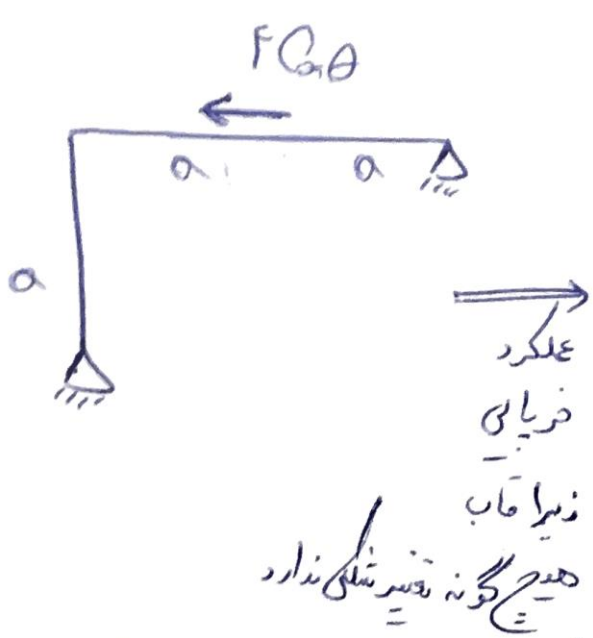
حال داریم:

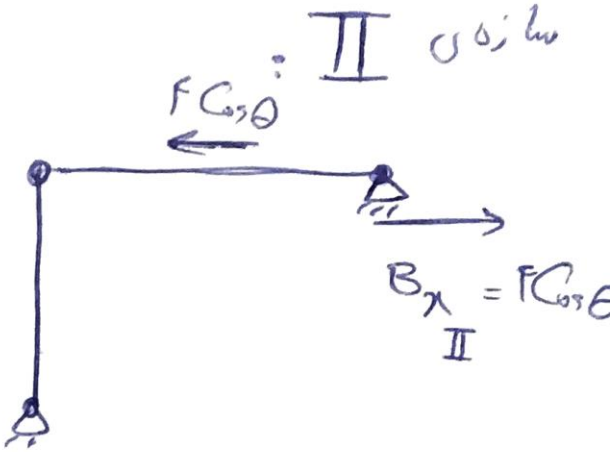
$$M_{AC} = \frac{3EI}{a} \times \frac{1}{12}\frac{F\sin\theta . a^2}{EI} = \frac{F.\sin\theta . a}{4}$$

$$\Rightarrow C_x = \frac{F.\sin\theta}{4}$$

بقیه در نهایت:







پس مطابق با superposition حل العمل نهی تکیه گاه

B برابر است با:

$$B_x = B_{x_I} + B_{x_{II}} = FCos\theta - \frac{F}{F}\sin\theta$$

در نهایت:

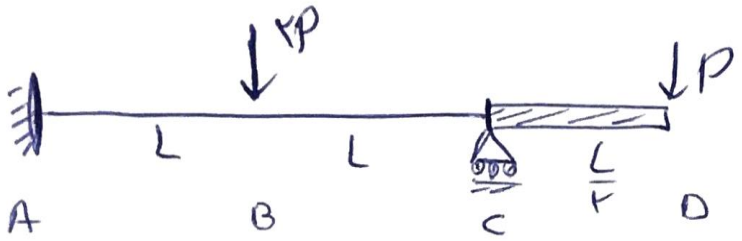
$$B_x = FCos\theta - \frac{F}{F}\sin\theta$$

$$\Rightarrow \delta_{H_B} = 0 \rightarrow \frac{(FCos\theta - \frac{F}{F}\sin\theta)a^3}{3EI} = 0$$

$$\Rightarrow FCos\theta = \frac{F}{F}\sin\theta \Rightarrow \tan\theta = F$$

@nezam_omran کانال تخصصی آزمون نظام مهندسی

۵- تغییر مکان زیر بار متمرکز ۲P را بیابید؟



۱) $\frac{PL^3}{192EI}$

۲) $\frac{PL^3}{24EI}$

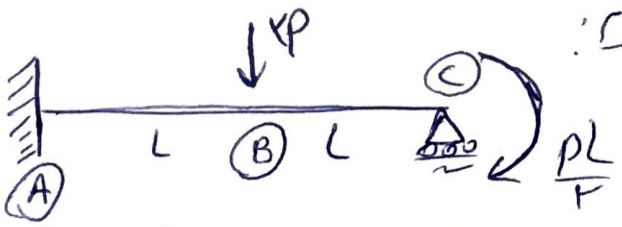
۳) $\frac{PL^3}{12EI}$

۴) $\frac{PL^3}{48EI}$

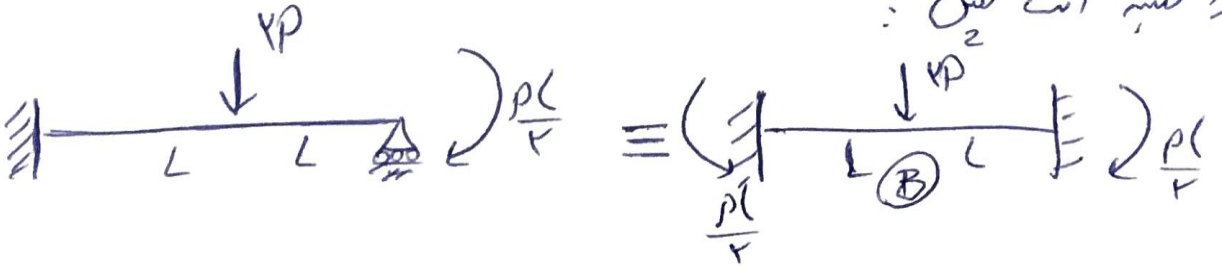
@nezam_omran

حل: گزینه ۳ صحیح است.

بار P را به C منتقل می‌کنیم:



مقدار لنگر $\frac{PL}{2}$ برابر لنگر گیرداری یک تیر ۲ سرگیردار است و انگار که دوران C را نیز دارد پس:



فرمول‌های حفظی $\Rightarrow \delta_B = \frac{(2P)(2L)^3}{192EI} = \frac{PL^3}{12EI}$