omran test

گروه آموزشی عمران تست

حل تشریحی تحلیل و مقاومت

ارشد عمران ۱۴۰۱

حل: تیام شیرزادی

گروه آموزشی عمران تست:

کانال تلگرامی ارشد عمران:

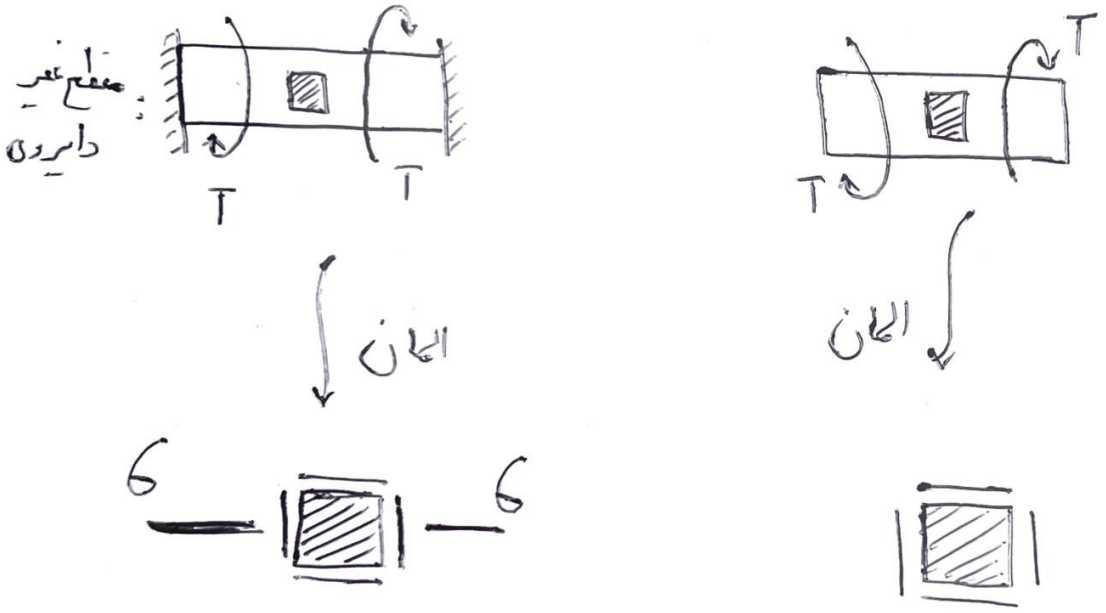
@arshad_omran

سایت تخصصی کنکور ارشد عمران:

www.omrantest.ir

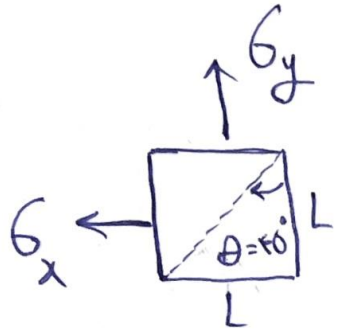
حل سوال ۴۶ « گزینه ی ۲ » صحیح است.

در تمامی مقاطع تحت پیچش به غیر مقاطع دایره‌ای (توپر یا توخالی)، پیچش باعث ایجاد اعوجاج (distortion) در مقطع می‌شود. حال اگر این اعوجاج در یک المان در مجاورت رخ دهد باعث ایجاد تنش عمودی (طولی) می‌شود.



حال چون المان نشان داده شده در مجاورت نیست، پس هرشکلی باشد، تنش عمودی در آن ایجاد نمی‌شود.

حل سوال ۴۷ ، گزینه ۳ صحیح است.



$$\theta = -45^\circ$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_x \cos^2\theta + \epsilon_y \sin^2\theta - C_{xy}\cdot \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \epsilon_{-45^\circ} = \epsilon_x\left(\frac{1}{2}\right) + \epsilon_y\left(\frac{1}{2}\right) - 0 = \frac{\epsilon_x+\epsilon_y}{2} \quad (I)$$

$$\left.\begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\sigma_y\right] \\ \epsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\sigma_x\right] \end{array}\right\} \rightarrow \epsilon_x+\epsilon_y = \frac{1-\nu}{E}\left[\sigma_x+\sigma_y\right] \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I,II} \epsilon_{-45^\circ} = \frac{1-\nu}{2E}(\sigma_x+\sigma_y)$$

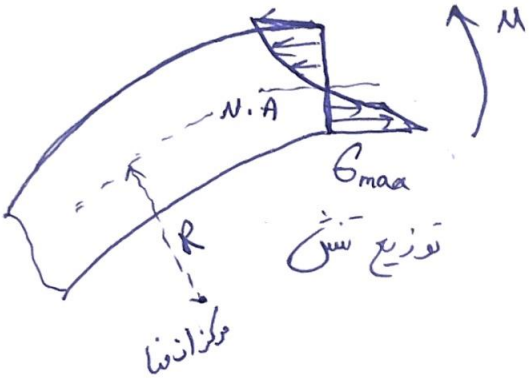
$$\epsilon_{-45^\circ} = \frac{\text{تغییر طول قطر}}{\text{طول اولیه}} \Rightarrow \text{تغییر طول قطر} = \frac{\sqrt{2}(1-\nu)L}{2E}(\sigma_x+\sigma_y)$$

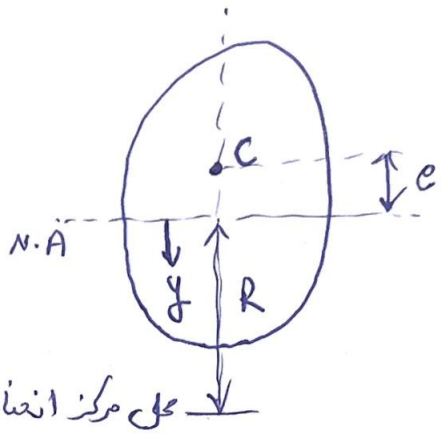
$$\text{طول اولیه} = \sqrt{2}L$$

$$= \frac{L(1-\nu)}{\sqrt{2}E}(\sigma_x+\sigma_y)$$

حل سوال ۴۸ « گزینه ی ۲ » صحیح است .

با توجه به فرمول اساسی تیرهای خمیده مقدار تنش در یک تیر مطابق زیر بدست می آید :





$$\sigma = \frac{My}{Ae(R-y)}$$

y = فاصله ی نقطه ای که تنش را می خواهیم تا تار خنثی (N.A)

M = لنگر وارده به مقطع

A = مساحت مقطع

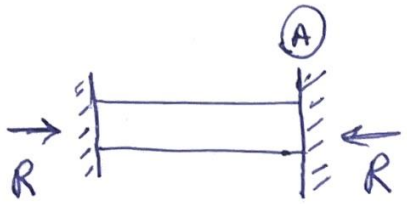
e = فاصله ی بین مرکز سطح تا تار خنثی (N.A)

R = فاصله ی بین مرکز انحنا تا تار خنثی (N.A)

که همان طور که دیده می شود توزیع تنش به صورت هایپربولیک می باشد، پس مطابق با قانون هوک توزیع کرنش هم هایپربولیک می باشد و نه خطی!

حل سوال ۴۹: گزینه ۲ صحیح است.

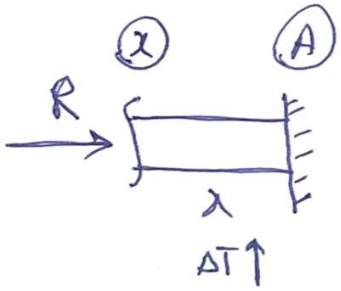
ابتدا عکس العمل تکیه‌گاه را تحت حرارت می‌یابیم:



$$\Delta_A = 0 \rightarrow \frac{RL}{EA} = \alpha \Delta T L \Rightarrow R = EA\alpha\Delta T$$

فشاری

حال در یک نقطه دلخواه از A مقطع می‌زنیم و می‌دانیم طبق $\sum F_x = 0$، مقدار نیرو در هر نقطه برابر R است:



$$\Delta_x = \alpha \Delta T \cdot x - \frac{Rx}{EA}$$

$$\Rightarrow \Delta_x = \alpha \Delta T \cdot x - \frac{(EA\alpha\Delta T)x}{EA}$$

$$\Rightarrow \Delta_x = \alpha \Delta T \cdot x - \alpha \Delta T \cdot x = 0$$

پس جابجایی در هر نقطه‌ی دلخواه برابر صفر است.

حل سوال ۵۰ ، گزینه ی = صحیح است .

نیروی وارد بر صفحه : $F_V = \frac{VQe}{I}$ $\rightarrow$

$V = 840\ (N)$

$Q = (12 \times 2)(V)\ (cm^3)$

$e = 10\ (cm)$

$I = ?$

همان طور که دیده می‌شد مقدار I مجهول است . حال با استفاده از اطلاعات در مورد σ_{max} داریم :

$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = 25\ (Mpa) = 25\ \left(\frac{N}{mm^2}\right)$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{8{,}3 \times 10^6 \times 80}{I} \Rightarrow I = \frac{8{,}3 \times 10^6 \times 80}{25}\ (mm)^4$$

حال داریم : (Q [mm]^3 ، V [N] ، e [mm])

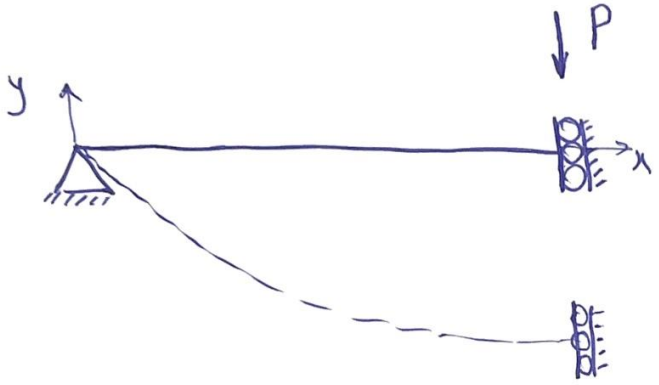
$$F_V = \frac{840 \times (12 \times 2 \times 7) \times 10 \times 100}{\frac{8{,}3 \times 10^6 \times 80}{25}\ [mm]^4}$$

$$\Rightarrow F_V = 5225\ (N)$$

حل سوال ۱۵۰ گزینه ۱ صحیح است.

$$y(x)=\frac{PL^3}{EI}\left[A_1\left(\frac{x}{L}\right)^3+A_2\left(\frac{x}{L}\right)^2+A_3\left(\frac{x}{L}\right)+A_4\right]$$

می دانیم:



$$y(x=L)=-\frac{PL^3}{3EI}$$

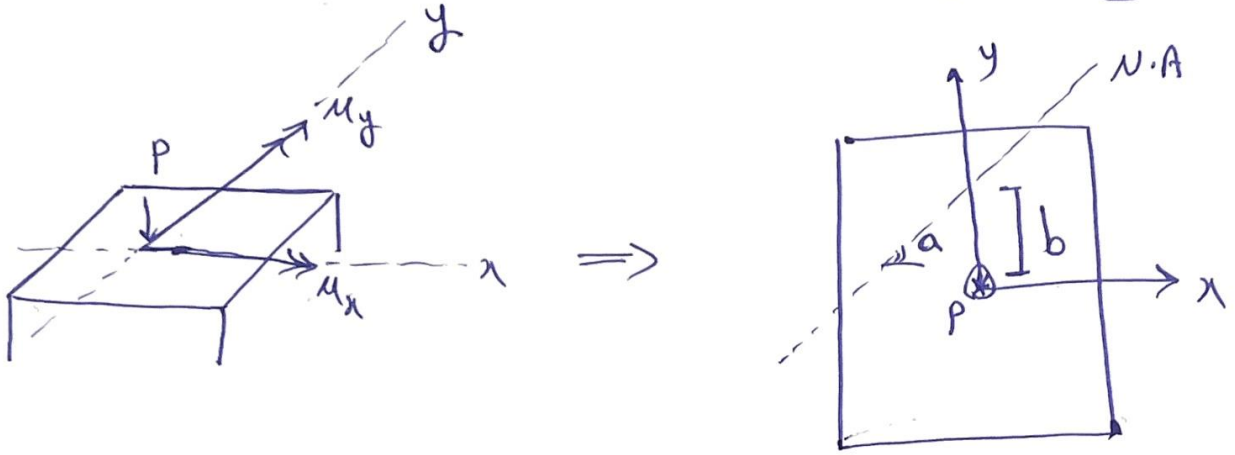
$$\Rightarrow y(x=L)=\frac{PL^3}{EI}\left[A_1+A_2+A_3+A_4\right]=-\frac{PL^3}{3EI}$$

$$\Rightarrow A_1+A_2+A_3+A_4=-\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=1}^{4} A_i=-\frac{1}{3}}$$

حل سوال ۵۲: گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم در خمش دو محوره تار خنثی به صورت مورب می باشد و در خمش مرکب به دلیل وجود نیروی محوری تار خنثی دارای عرض از مبدأ می باشد:



$$y = \left(\frac{I_x}{I_y} \cdot \frac{M_y}{M_x}\right) x + \frac{P \cdot I_x}{A \cdot M_x}$$

معادله یک خط

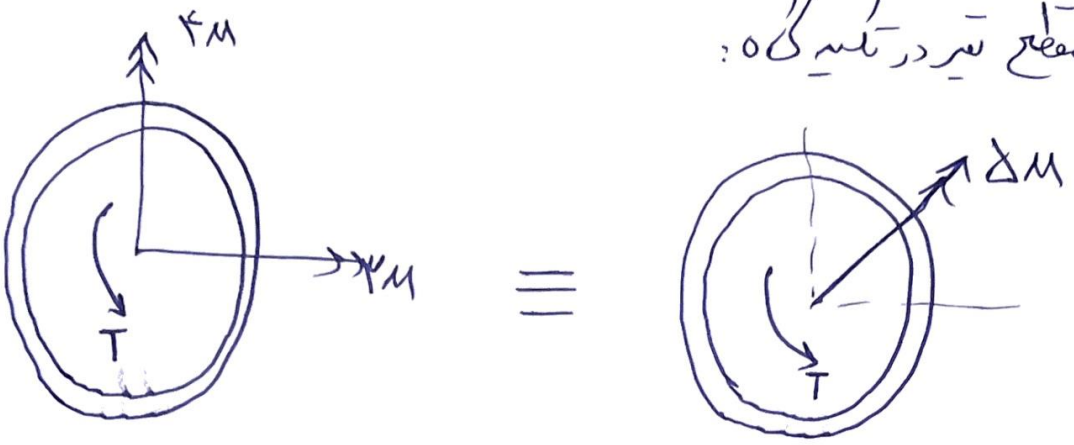
شیب (a)

b

حال به دلیل نامتقارن بودن مقطع و تبدیل به مقطع معادل مقادیر I_x و I_y تغییر می کند و این یعنی a و b تغییر می کند و شکستگی در خط رخ نمی دهد، پس پاسخ گزینه ۲ است.

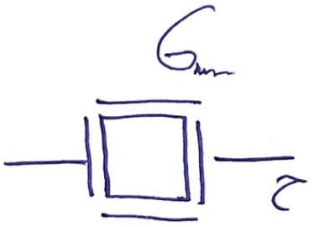
سوال ۵۳ « گزینه ۴ صحیح است.

مقطع تیر در تکیه گاه:



$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{(\delta M)(R)}{\pi R^4 t} = \frac{\delta M}{\pi R^2 t}$$

$$\tau = \frac{T}{2A_{m.}t} = \frac{M}{2\pi R^2 t}$$



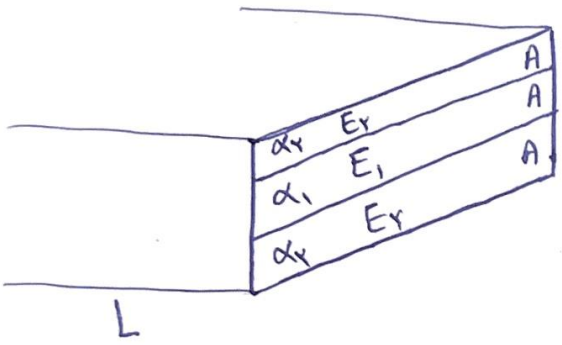
$$\Longrightarrow \tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{M}{\pi R^2 t}\cdot\sqrt{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

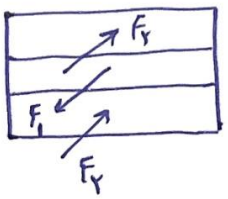
$$\Longrightarrow \boxed{\tau_{max} = \frac{\sqrt{29}}{4}\cdot\frac{M}{\pi R^2 t}}$$

حل سوال ۵۴ گزینه ۱ صحیح است.

سه میله به هم چسبیده شده اند، پس تغییر طول برابر در اثر تغییر دمه حرارت داریم.

حال اگر فرض کنیم نیروی میله های بالا و پایین فشاری باشد و میله وسط کششی (زیرا باید تعادل نیرو برقرار باشد) داریم:





$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{2} E_2 \\ \alpha_1 = 2\alpha_2 \end{cases}$$

$$\sum F = 0 \rightarrow \boxed{F_1 = 2F_2}$$

$$\Delta_1 = \Delta_2$$

$$\alpha_1 \cdot \Delta T \cdot L + \frac{F_1 L}{E_1 A} = \alpha_2 \Delta T L - \frac{F_2 L}{E_2 A}$$

پس $\left(\frac{F_i}{A_i} = \sigma_i\right)$

$$\xrightarrow[F_1 = 2F_1]{\alpha_1 = 2\alpha_2 \,,\, E_2 = 2E_1} \alpha_1 \cdot \Delta T + \sigma_1 = \left(\frac{1}{2}\alpha_1\right)\Delta T - \frac{\sigma_1/2}{2E_1}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}\frac{\sigma_1}{E_1} = -\frac{1}{2}\alpha_1 \cdot \Delta T \longrightarrow \boxed{\sigma_1 = -\frac{2}{5} E_1 \alpha_1 \cdot \Delta T}$$

حل سوال ۵۵ ، گزینه ۲ صحیح است.

حداکثر تنش ایجاد شده در هر دو المان لوله و میله باید برابر تنش های تسلیم خودشان باشد.

$$\frac{\tau_{max_1}}{\tau_{max_2}} = \frac{\tau_{y_1}}{\tau_{y_2}} = 1,5$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 \cdot \frac{d}{2}}{J_1} = \frac{3}{2} \times \frac{T_2 \cdot (\frac{d}{2} + 30)}{J_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} \times \frac{J_2}{J_1} = \frac{3(\frac{d}{2} + 30)}{d} \quad \text{(I)}$$

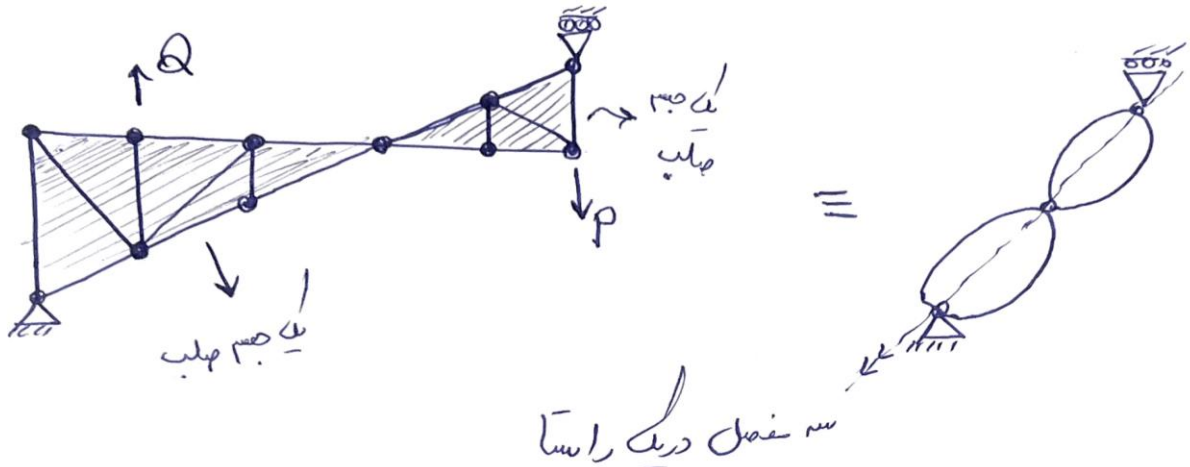
حال چون زاویه ی پیچش هر دو المان برابر است:

$$\frac{T_1 L}{G_1 J_1} = \frac{T_2 L}{G_2 J_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} \times \frac{J_2}{J_1} = \frac{G_1}{G_2} = 2 \quad \text{(II)}$$

(I) و (II) $\rightarrow$ $\frac{3(\frac{d}{2} + 30)}{d} = 2 \rightarrow \frac{3d}{2} + 90 = 2d \rightarrow \frac{d}{2} = 90$

$$\Rightarrow d = 180 \text{ mm}$$

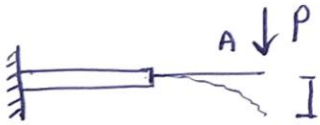
حل سوال ۵۶ » گزینه ی ۳ = صحیح است.



همان طور که دیده می‌شود دو جسم صلب داریم که سه مفصل حقیقی در یک راستا دارند و حالت ناپایداری آنی را به وجود آورده است. پس ناپایدار است.

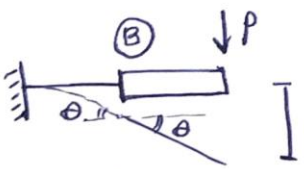
حل سوال ۵۷ » گزینه ۲ = صحیح است.

تیر ۱ :



$$\Delta_A = \frac{PL^3}{3EI}$$

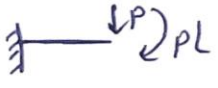
تیر ۲ :



$$\Delta_B = \frac{5}{6}\frac{PL^3}{EI}$$

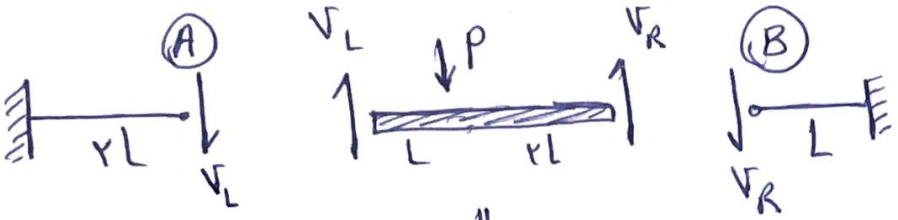
$$\rightarrow \frac{\Delta_A}{\Delta_B} = \frac{1/3}{5/6} = \frac{2}{5}$$

صفحه در B ↓



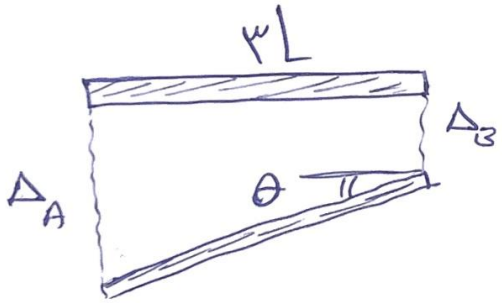
$$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{(PL)L^2}{2EI} = \frac{5PL^3}{6EI} \quad , \quad \theta_B = \frac{PL^2}{2EI} + \frac{(PL)L}{EI} = \frac{3PL^2}{2EI}$$

حل سوال ۱۲۵۸ گزینه ۱ صحیح است.



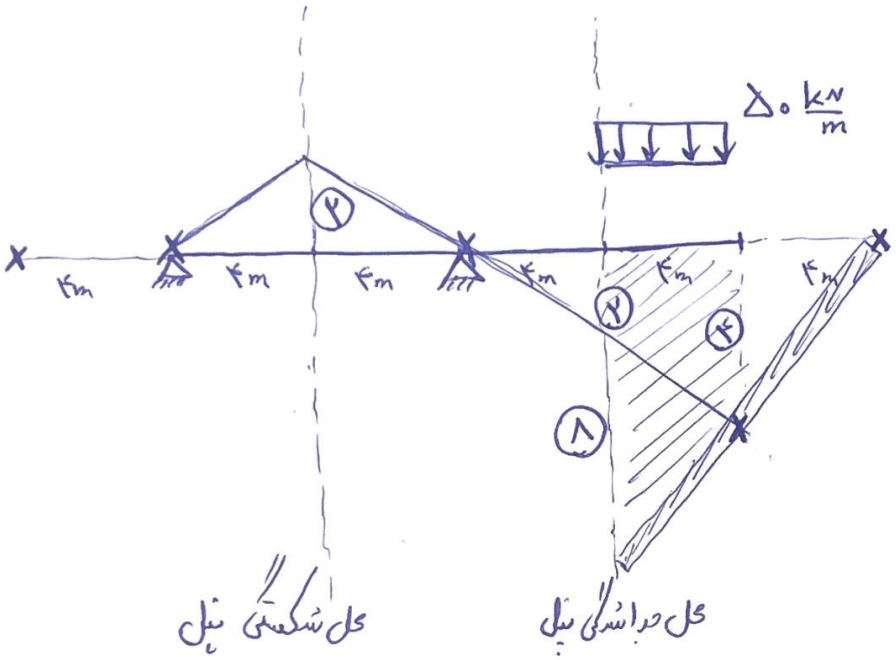
$$\text{استاتیک}: \begin{cases} V_L = \frac{2P}{3} \\ V_R = P/3 \end{cases}$$

$$\Delta_A = \frac{(\frac{2P}{3})(2L)^3}{3EI} = \frac{16}{9}\frac{PL^3}{EI} \quad , \quad \Delta_B = \frac{(\frac{P}{3})(L)^3}{3EI} = \frac{PL^3}{9EI}$$



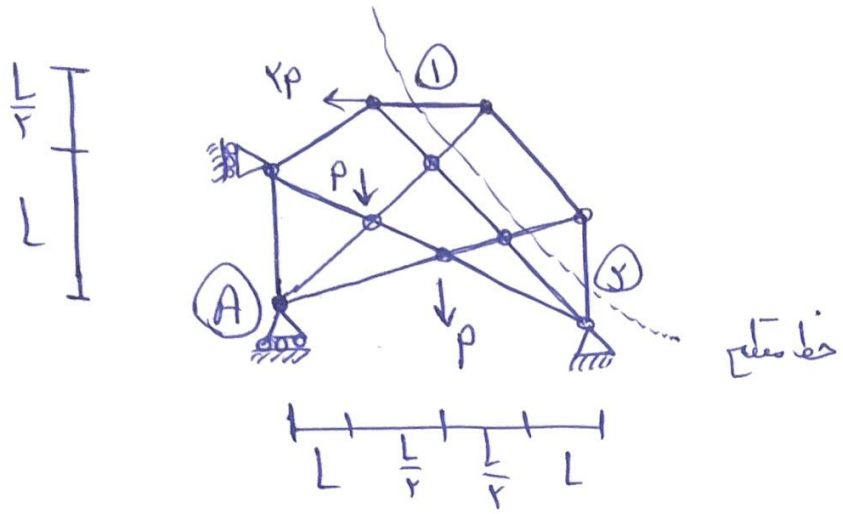
$$\theta = \frac{\Delta_A - \Delta_B}{3L} = \frac{\frac{16}{9}\frac{PL^3}{EI} - \frac{PL^3}{9EI}}{3L} = \frac{5}{9}\frac{PL^2}{EI}$$

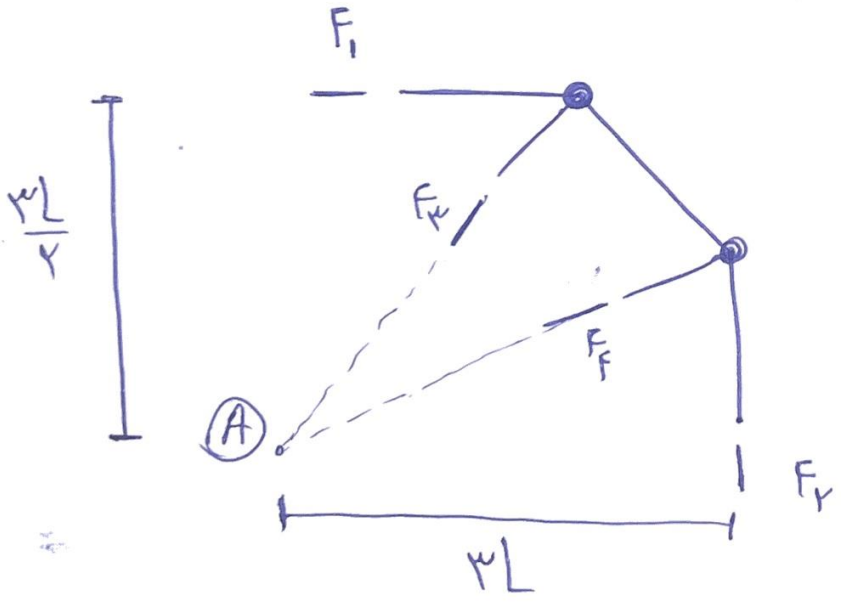
حل سوال ۵۹، گزینه ۲ صحیح است.



$$M_{A_{max}} = ۵۰ \times \frac{(۸+۴)۴}{۲} = ۱۲۰۰$$

حل سوال ۶۰ گزینه ۴ صحیح است.



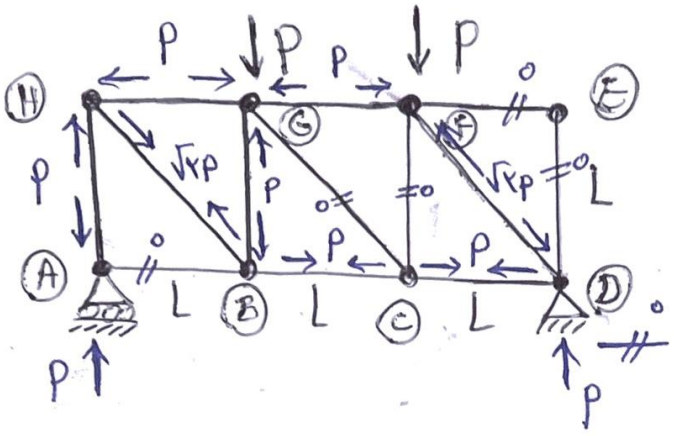


$$\sum M_A = 0 \longrightarrow F_1\left(\frac{3L}{2}\right) = F_2(3L) \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 2$$

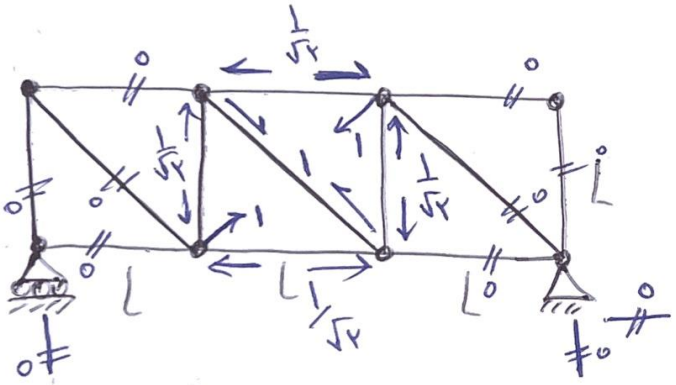
حل ۹۱ » گزینه ۳ = صحیح است.

مطابق با روش بار واحد داریم:

سازه اصلی:



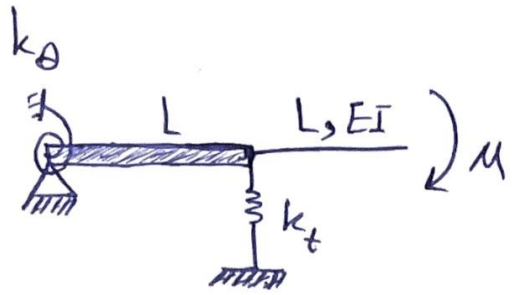
سازه واحد:



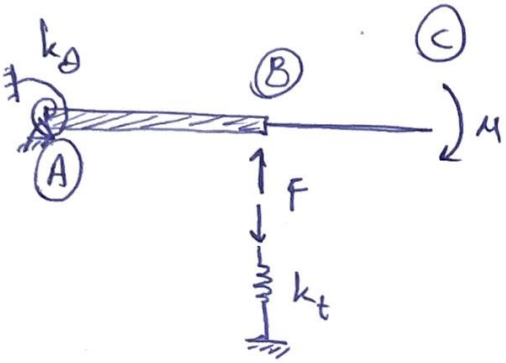
$$\Delta_{B/F} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{P \times L}{EA}\right) + \left(\frac{-P \times L}{\sqrt{2}EA}\right) + \left(\frac{PL}{\sqrt{2}EA}\right)$$

$$\Longrightarrow \Delta_{B/F} = \frac{PL}{\sqrt{2}EA} = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{PL}{EA}}$$

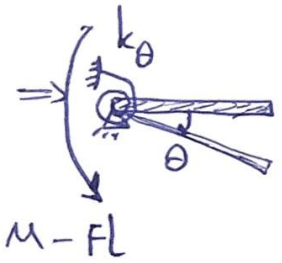
حل ۹۲ گزینه ۱ صحیح است.



سیستم نشان داده شده نامعین است. ابتدا از روش سازگاری خمشی مجهول را می‌یابیم:



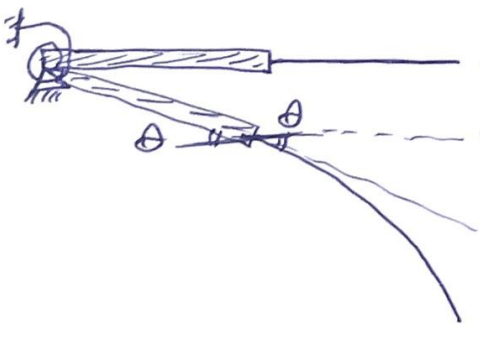
$$\Rightarrow \Delta_{B_{\text{سر}}} = \Delta_{\text{فنر}_{\text{انتقالی}}}$$



$$\theta \cdot L = \Delta_{B_{\text{سر}}} \Rightarrow \theta = \frac{M - FL}{k_\theta} \rightarrow \Delta_{B_{\text{سر}}} = \left(\frac{M - FL}{k_\theta}\right) L$$

$$\Rightarrow \frac{(M - FL)}{k_\theta} \cdot L = \frac{F}{k_t} \xrightarrow[k_\theta = \frac{EI}{L}]{k_t = \frac{3EI}{L^3}} F = -\frac{M}{L}$$

حال داریم:



$$\Delta_{\text{فنر}} = \frac{\frac{3}{4}M}{\frac{3EI}{L^3}} = \frac{1}{4}\frac{ML^2}{EI}$$

$$\theta \cdot L = \left(\frac{M}{4L} \Big/ \frac{EI}{L}\right) \cdot L = \frac{ML^2}{4EI}$$

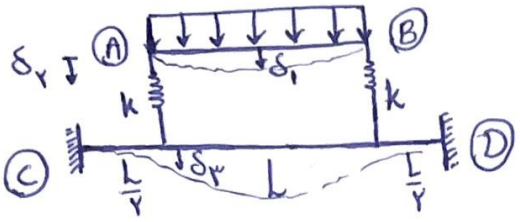
$$\frac{ML^2}{2EI}$$

$$\Delta_C = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)\frac{ML^2}{EI}$$

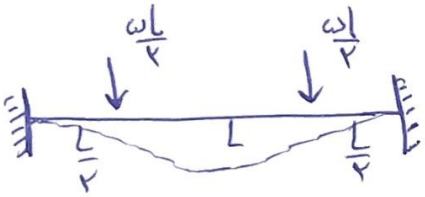
$$\Rightarrow \Delta_C = \frac{ML^2}{EI}$$

حل سوال ۶۴ گزینه ۴ صحیح است.

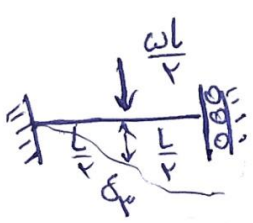
$$\delta_1 = \frac{5}{384}\frac{wL^4}{EI}$$



$$\delta_2 = \text{جابه جایی فنر} = \frac{wL/2}{192EI/L^3} = \frac{wL^4}{384EI}$$

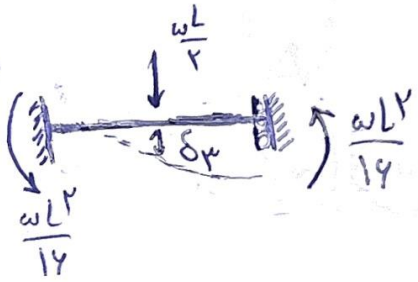


≡

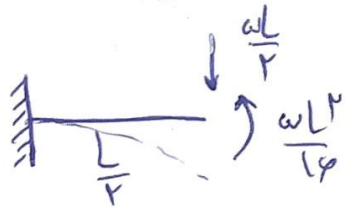


نیروارلنگر

≡



≡



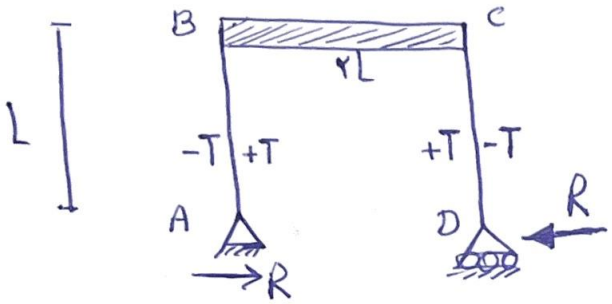
$$\rightarrow \delta_3 = \frac{(\frac{wL}{2})(\frac{L}{2})^3}{4EI} - \frac{(\frac{wL^2}{16})(\frac{L}{2})^2}{2EI}$$

$$\Longrightarrow \delta_3 = \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{128}\right)\frac{wL^4}{EI} = \frac{5}{384}\frac{wL^4}{EI}$$

$$\Longrightarrow \underset{\text{وسط AB}}{\delta} = \delta_1 + \delta_{\text{فنر}} + \delta_3 = \frac{11}{384}\frac{wL^4}{EI}$$

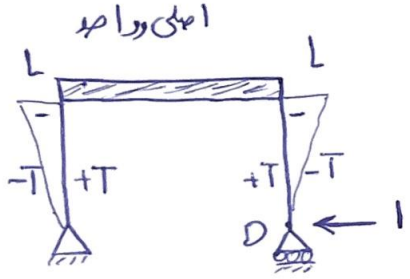
حل سوال ۹۵ ، گزینه ی ۱ صحیح است.

گره ی D را باز کرده و عکس العمل آن یعنی R را به صورت نیروی خارجی در نظر گرفته و می دانیم جابه جایی افقی D برابر صفر است پس:



Superposition:

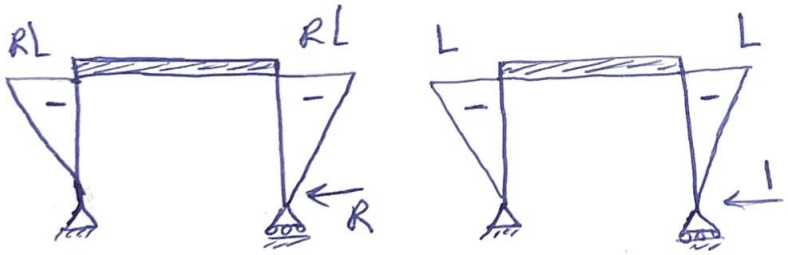
(I)



$$\Delta_{H_{D_I}} = 2\int m(x)\cdot\frac{(+T-(-T))}{a}\cdot\alpha\cdot dx$$

$$= \frac{4T\alpha}{a}\cdot\frac{L^2}{2} = -\frac{2T\alpha L^2}{a}$$

(II)



$$\Delta_{H_{D_{II}}} = 2\left(\frac{RL\times L}{2}\times\frac{2}{3}L\right)\frac{}{EI} = \frac{2}{3}\frac{RL^3}{EI}$$

$$\Rightarrow \Delta_{H_{D_I}} + \Delta_{H_{D_{II}}} = 0 \rightarrow \frac{2}{3}\frac{RL^3}{EI} + \left(\frac{-2T\alpha L^2}{a}\right) = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{3EITa}{aL} \xrightarrow{I=\frac{a^4}{12}} R = \frac{1}{4}E\alpha T a^3$$